

# Untersuchungen mit der Linsenmethode über den Raumladungseinfluß auf den Richtstrahlwert

R. Lauer

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, Braunschweig

(Z. Naturforsch. 30 a, 1395–1402 [1975]; eingegangen am 23. August 1975)

*Investigations Performed with the Lens Method  
Concerning the Influence of Space Charge on Brightness*

According to earlier measurements with the two-aperture method, the brightness of electron guns has sometimes a maximum value near the cut-off potential. This result has been confirmed by means of the lens method. Experiments with well-oriented monocrystalline spherical cathodes lead to the result that a brightness maximum only occurs when the cathode apex has a lower emission density than its environment. In this case, the axial brightness is increased by electrons emitted from the off-axial cathode area which feed the space-charge cloud in front of the cathode. Under space-charge conditions, the cathode adjustment is not very critical, because the axial brightness differs less than the emission densities of different crystal surfaces.

## 1. Problemstellung

Nach einfachen theoretischen Vorstellungen (vgl. z. B. <sup>1</sup>) erwartet man, daß der Richtstrahlwert von Elektronenkanonen in Abhängigkeit von der Wehnelt-Spannung die gleiche Charakteristik wie die Stromspannungskennlinie einer thermionischen Diode <sup>2</sup> aufweist, nämlich monotonen Anstieg im Anlauf- und Raumladungsbereich und konstanten Endwert im Sättigungsbereich, vgl. auch Gleichung (7).

Nach früheren Messungen mit der Zwei-Blendenmethode <sup>1, 3, 4</sup> und nach Messungen anderer, in <sup>1, 4</sup> zitierter Autoren durchläuft der Richtstrahlwert aber beim Übergang vom Raumladungsbereich in den Sättigungsbereich oft ein relatives Maximum. Dieses experimentelle Ergebnis ist gesichert für große Kugulkathoden (Kugeldurchmesser  $2 r_K \approx 100 \mu\text{m}$ ); für kleinere Kugulkathoden und vor allem für Spitzenkathoden (Kugeldurchmesser  $2 r_K \approx 1 \mu\text{m}$ ) kann es möglicherweise durch mangelhafte Ausleuchtung des Meßsystems vorgetäuscht sein. Es ist daher notwendig, das Auftreten dieses Richtstrahlwertmaximums mit einem anderen unabhängigen Verfahren, das für kleine Kugulkathoden besser geeignet ist, zu bestätigen.

Ein solches Verfahren ist die „Linsenmethode“ <sup>5</sup>. In diesem Aufsatz wird über Richtstrahlwertmessungen mit dieser Methode sowie über vergleichende

Messungen mit der Linsen- und der Zwei-Blendenmethode berichtet. Außerdem wird die bereits in <sup>1, 4</sup> gegebene Deutung des Richtstrahlwertmaximums erhärtet.

## 2. Die Linsenmethode

### a) Vor- und Nachteile gegenüber der Zwei-Blendenmethode

Der Richtstrahlwert

$$i = \frac{dJ}{dF \cdot d\Omega} \quad (1)$$

ist definiert durch den infinitesimalen Strom  $dJ$ , der durch ein infinitesimales Flächenelement  $dF$  hindurch in ein die optische Achse umgebendes infinitesimales Raumwinkelement  $d\Omega$  fließt. Praktische Messungen können jedoch nur unter Benutzung endlicher Elemente  $\Delta J$ ,  $\Delta F$ ,  $\Delta\Omega$  ausgeführt werden.

Mit der Zwei-Blendenmethode wird der Strom  $\Delta J$  gemessen, der durch zwei sehr kleine, längs der optischen Achse angeordnete Blenden hindurchfließt. Nur wenn der Brennfleck, wie in Abb. 1 a, groß genug ist, den vorgegebenen Raumwinkel  $\Delta\Omega$  homogen auszuleuchten, kann der Richtstrahlwert  $i$  durch Einsetzen der endlichen Größen  $\Delta J$ ,  $\Delta F$  und  $\Delta\Omega$  in (1) berechnet werden. Bei Brennflecken, die kleiner sind als durch die gestrichelten Linien in Abb. 1 a angedeutet, wird die wahre Bestrahlungsapertur der Fläche  $\Delta F$  kleiner als der von der ersten Blende aufgespannte Raumwinkel  $\Delta\Omega$ ; die Ausleuchtung von  $\Delta\Omega$  wird also inhomogen. Da der Brennfleckenradius proportional zum Kathodenradius abnimmt, werden

Sonderdruckanforderungen an Dr. R. Lauer, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Abt. 6.21, D-3300 Braunschweig, Bundesallee 100.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

die resultierenden Meßfehler für Spitzenkathoden besonders groß.

Bei der Linsenmethode treten vergleichbare Schwierigkeiten nicht auf. Hier wird nach Abb. 1 b mit Hilfe einer Linse ein vergrößertes Bild des Brennflecks in den Querschnitt  $\Delta F$  der zweiten Blende projiziert. Bei hinreichend starker Vergrößerung bestehen hinsichtlich der Ausleuchtung der Fläche  $\Delta F$  auch bei sehr kleinen Brennfleckradien keine Einschränkungen. Der Raumwinkel  $\Delta\Omega$  wird durch die Aperturblende der Linse und deren Abstand von der zweiten Blende aufgespannt. Zur homogenen Ausleuchtung des Raumwinkels  $\Delta\Omega$  muß die Strahlaperatur im Brennfleck selbst größer als die in Abb. 1 b eingezeichnete Eintrittsaperatur  $\alpha$  sein. Dies ist nach Messungen mit dem Schattenverfahren<sup>6</sup>, außer bei sehr starker Annäherung des Brennflecks an die Linse, stets der Fall.

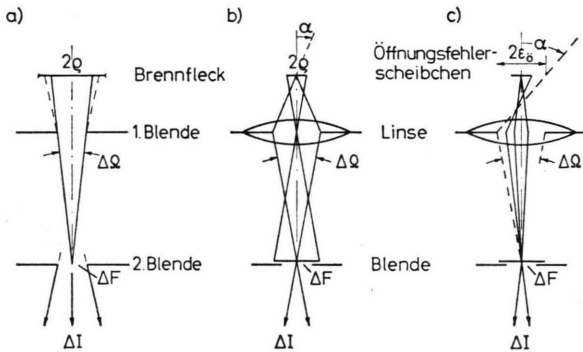


Abb. 1. Meßanordnungen zur Bestimmung des Richtstrahlwertes.

- Zwei-Blendenmethode: Das Blendensystem wird nur dann vollständig ausgeleuchtet, wenn der Brennfleckdurchmesser  $2q$  größer ist als der durch gestrichelte Linien angegebene Minstdurchmesser.
- Linsenmethode: Die vollständige Ausleuchtung der zweiten Blende ist durch passende Wahl des Abbildungsmaßstabes gewährleistet; die vollständige Ausleuchtung des Raumwinkels  $\Delta\Omega$  verlangt eine hinreichend große Strahlaperatur  $\alpha$  im Brennfleck.
- Anwendungsgrenze der Linsenmethode: Der Raumwinkel  $\Delta\Omega$  wird unvollständig ausgeleuchtet, wenn der Radius  $\varepsilon_0$  des objektbezogenen Öffnungsfehlerscheibchens größer als der Brennfleckradius  $q$  wird.

Bisher wurde eine ideale Abbildung des Brennflecks vorausgesetzt. Das auf die Fläche  $\Delta F$  entworfene Brennfleckbild wird aber stets durch den Öffnungsfehler der Linse und die Beugung am Aperturblendenrand aufgeweitet. Die Stromdichte  $\Delta I/\Delta F$  in der Ebene der zweiten Blende ist daher kleiner als im Falle einer idealen Abbildung.

Der Einfluß der *Beugung* kann vernachlässigt werden, wenn der Brennfleckradius  $q$  deutlich größer als der Radius  $\varepsilon_b$  des auf die Brennfleckseite bezogenen Beugungsscheibchens ist. Wir fordern also

$$q > \varepsilon_b \approx \lambda/\alpha; \quad (2)$$

$\lambda$  = Wellenlänge des Elektronenstrahls,  
 $\alpha$  = Linsenapertur.

Den *Öffnungsfehler*-Einfluß betrachten wir gemäß Abb. 1 c als auf die Ausleuchtung des Raumwinkels  $\Delta\Omega$  wirkend. Dieser Winkel wird nur dann homogen ausgeleuchtet, wenn der Brennfleckradius  $q$  größer als der Radius  $\varepsilon_0$  des objektbezogenen Öffnungsfehlerscheibchens ist, d. h. wenn

$$q > \varepsilon_0 = C_0 \alpha^3; \quad (3)$$

$C_0$  = Öffnungsfehlerkonstante.

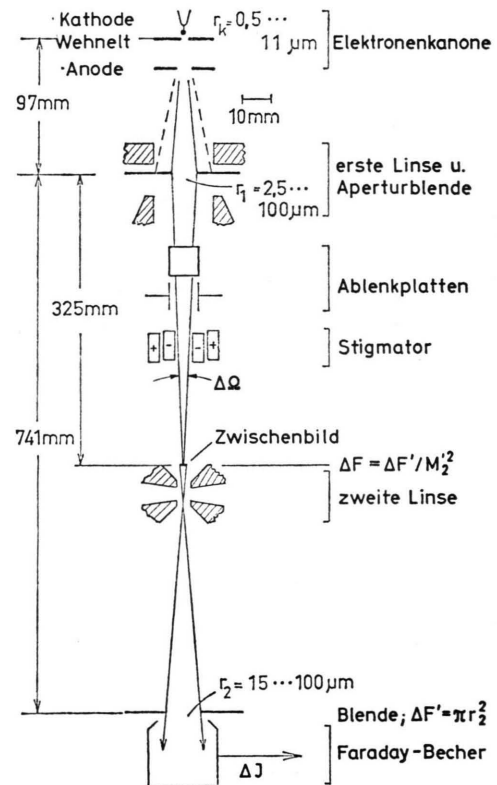


Abb. 2. Meßanordnung zur Bestimmung des Richtstrahlwertes. (Halbschematische Darstellung: die Blenden mit den Radien  $r_1$  und  $r_2$  sind wesentlich kleiner als alle anderen Öffnungen längs des Strahlweges.)

- Eingeschaltete Linsen und große Blenden: „Linsenmethode“.
- Abgeschaltete Linsen und sehr kleine Blenden: „Zwei-Blendenmethode“.

Durch Auflösen von (2) und (3) nach  $\alpha$  erhält man folgende Beschränkung für die Linsenapertur

$$\sqrt[3]{\varrho/C_0} > \alpha > \lambda/\varrho. \quad (4)$$

Das zulässige Intervall erweitert sich mit zunehmendem Brennfleckradius  $\varrho$  und schrumpft für

$$\sqrt[3]{\varrho/C_0} \rightarrow \lambda/\varrho \quad \text{bzw.} \quad \varrho \rightarrow \sqrt[4]{\lambda^3 C_0} \quad (5)$$

auf null zusammen. Für Brennflecke mit kleineren Radien als  $\varrho$  nach (5) ist auch die Linsenmethode nicht mehr anwendbar.

Zahlenbeispiel für die Untersuchung von Spitzenkathoden mit der Anordnung nach Abbildung 2:

Öffnungsfehlerkonstante  $C_0 = 4,7 \cdot 10^3$  mm  
(berechnet unter Annahme des Glaserschen Glockenfeldes);

Wellenlänge  $\lambda = 1,22 \cdot 10^{-8}$  mm;

Brennfleckradius  $\varrho = 5 \cdot 10^{-4}$  mm.

Durch Einsetzen in (4) folgt

$$4,74 \cdot 10^{-3} > \alpha > 2,44 \cdot 10^{-5}.$$

Diese Forderung kann in der Praxis stets durch passende Wahl der Linsenaperturblende erfüllt werden. Nach (5) kann jedoch mit der ins Auge gefaßten Linse der Richtstrahlwert von Brennflecken mit kleinerem Radius als  $\varrho = 9,6 \cdot 10^{-6}$  mm nicht mehr gemessen werden.

### b) Experimentelle Anordnung

Abbildung 2 zeigt ein Schema der Meßanordnung. Um die für kleine Brennflecke notwendige Vergrößerung zu erreichen, wurde eine zweite Vergrößerungsstufe verwendet. Ihr Abbildungsmaßstab  $M_2'$  wurde einmal fest eingestellt und vermessen. Die dem Raumwinkel  $\Delta\Omega$  zugeordnete Fläche  $\Delta F$  liegt in der Zwischenbildebene. Ihre Größe ist gemäß

$$\Delta F = \Delta F' / M_2'^2 \quad (6)$$

durch die Fläche der Meßblende  $\Delta F'$  und den Abbildungsmaßstab  $M_2'$  der zweiten Linse bestimmt. Mit dieser Apparatur ist es möglich, ohne Zwischenbelüftung, d. h. bei konstanter Kathodentemperatur, folgende Meßmethoden anzuwenden:

- die Linsenmethode mit erregten Linsen und relativ großen Blenden und
- die Zwei-Blendenmethode mit abgeschalteten Linsen und sehr kleinen Blenden.

Obgleich der gesamte Strahlweg magnetisch abgeschirmt ist, darf die Amplitude äußerer Störfelder

bei der Richtstrahlwertmessung an Spitzenkathoden den Wert von  $10^{-8}$  Tesla nicht überschreiten. Im anderen Falle oszilliert das Brennfleckbild infolge magnetischer Ablenkung so stark über die Meßblende  $\Delta F'$ , daß eine zu geringe Stromdichte  $\Delta J/\Delta F$  registriert wird. Die Anwendungsgrenze der in Abb. 2 dargestellten Apparatur wird in erster Linie durch diese Störung und erst in zweiter Linie durch den Öffnungsfehler der ersten Linse festgelegt.

Außer durch eine bessere Abschirmung werden die Störungseinflüsse vor allem durch eine kleinere Gesamtlänge der ersten Abbildungsstufe verringert. Schreibt man diese Länge  $L$  und außerdem den Abstand  $l$  zwischen Strahlquelle und der vorderen Polschuhbegrenzung als nicht unterschreitbare Größen vor, so ist noch der Einsatz von Linsen mit unterschiedlichen Feld-Halbwertsbreiten  $d$  möglich. Zu jeder Linse gehört eine feste Vergrößerung  $M_1'$ . Verlangt man zur weiteren Verminderung der Störeinflüsse einen hohen, dann aber festgehaltenen Wert  $M_1'$ , so sind alle anderen Daten wie Öffnungsfehlerkonstante  $C_0$ , Linsenstärke und Feldstärke am Objektort  $B(z_0)$  vorgegeben. Nach Rechnungen mit dem Modell des Glaserschen Glockenfeldes ergeben sich z. B. aus  $L = 20$  cm;  $l = 1$  cm;  $M_1' = -10$  die abhängigen Größen:  $d = 7$  mm;  $C_0 = 44$  mm und  $B(z_0) = 7,5 \cdot 10^{-3}$  Tesla.

Ähnliche Berechnungen kann man unter dem Gesichtspunkt ausführen, für die Feldstärke am Objektort nur einen vorgegebenen kleinen Wert zuzulassen. Man möchte dann der Gefahr entgegenwirken, den Strahlengang innerhalb der Elektronenkanone durch magnetische Ablenkung zu verfälschen. Nach unveröffentlichten Untersuchungen von Ade ist der Öffnungsfehler bei vorgegebener Feldstärke  $B(z_0)$  weitgehend unabhängig von der Linsengeometrie und steigt nahezu reziprok zu  $B(z_0)$  an. Für  $B(z_0) = 10^{-4}$  Tesla erhält man als Öffnungsfehlerkonstante  $C_0 = 10^4$  mm. Dieser Wert ist zwar etwa um den Faktor 200 größer als der obengenannte Wert von 44 mm. Hierdurch wird der Anwendungsbereich der Apparatur aber kaum eingeschränkt: Denn ein 200-facher Öffnungsfehler zieht gemäß Gl. (5) nur eine  $\approx 3,7$ -fache Verschlechterung des Auflösungsvermögens nach sich.

## 3. Meßergebnisse

### a) Vergleich zwischen Zwei-Blenden- und Linsenmethode

Abbildung 3 zeigt die mit beiden Meßmethoden erzielten Ergebnisse. Die Messungen wurden an einer Elektronenkanone durchgeführt, in die Kugelnkathoden mit den Durchmessern  $2 r_K = 22 \mu\text{m}$ ,  $7 \mu\text{m}$ ,

3,5  $\mu\text{m}$  und 0,8  $\mu\text{m}$  eingesetzt waren. Sieht man von der geringen seitlichen Verschiebung der Diagramme ab, die auf einer Drift des Sperrpunktes durch thermische Ausdehnung der Kathodenhalterung beruht, so liefern beide Verfahren für die größten Kathoden im Rahmen der Meßgenauigkeit gleiche Richtstrahlwerte. Das gilt sowohl im Raumladungsbereich als auch im Sättigungsbereich.

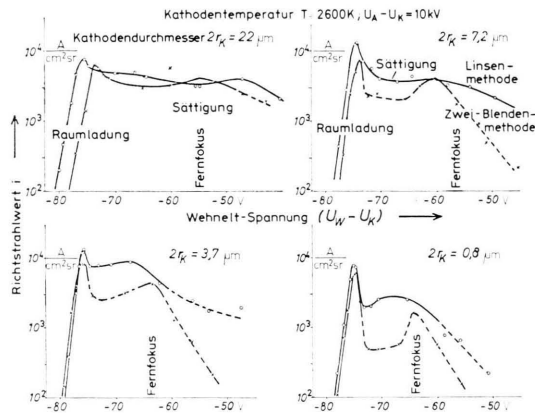


Abb. 3. Ergebnisse der Richtstrahlwertmessungen an Kugelkathoden unterschiedlicher Größe.

O-O-O-O-O: Messungen mit der Linienmethode;  
x-x-x-x-x: Messungen mit der Zwei-Blendenmethode;  
 $U_K$ ,  $U_W$  und  $U_A$  sind die Potentiale von Kathode, Wehnelt-Elektrode und Anode. Unvollständige Ausleuchtung der jeweiligen Meßanordnung ist durch Stricheln der Meßkurve angedeutet.

Kleine Differenzen zwischen den Meßwerten können durch Remanenz der ausgeschalteten Linsen, durch zunehmende Kontamination der Blenden oder durch eine zeitliche Drift der Kathodentemperatur verursacht sein.

Für kleinere Kathoden stimmen die Meßwerte bei der Verfahren nur noch im Raumladungsbereich überein. Mit abnehmendem Kathodendurchmesser weichen sie aber im Sättigungsbereich zunehmend voneinander ab. Die mit der Linienmethode gemessenen Kurven behalten bis zum kleinsten Kathodendurchmesser ihren Sättigungscharakter bei; der Sättigungscharakter der mit der Zwei-Blendenmethode gemessenen Kurven geht dagegen zunehmend verloren.

Als wesentliches Ergebnis und als Ausgangspunkt für die weiteren Betrachtungen können wir feststellen: Das Richtstrahlwertmaximum am Übergang zwischen Raumladungs- und Sättigungsbereich ist reell, denn es wird mit beiden Verfahren – insbesondere auch bei großen Kathoden – nachgewiesen. Die folgenden Untersuchungen dienen dazu, die Entstehung des Maximums zu erklären.

### b) Experimente mit orientierten Kathoden

Die relative Höhe der beobachteten Richtstrahlwertmaxima hängt in unsystematischer Weise vom Kathodenradius ab. Selbst Kathodenexemplare mit gleichem Radius zeigen ungleiche Maxima. Die Kugelkathoden waren nach dem Verfahren von Popović<sup>7</sup> hergestellt. Sie sind einkristallin, aber ihre Orientierung zur optischen Achse der Elektronenkanone ist dem Zufall überlassen. Bei der Interpretation der Meßbefunde muß man beachten, daß die verschiedenen, an der Kugeloberfläche zutagetretenden Netzebenen unterschiedliche Austrittsarbeiten<sup>8</sup> und Emissionsstromdichten besitzen. Es soll daher experimentell geprüft werden, ob die unterschiedlich starke Ausprägung des Richtstrahlwertmaximums von der zufälligen Kathodenorientierung in Bezug zur optischen Achse abhängt.

Zur Messung wurde eine einkristalline Kugelkathode so auf einem Goniometer montiert, daß Flächenelemente mit unterschiedlicher Austrittsarbeit in den von der optischen Achse der Elektronenkanone durchstoßenen Kugelpol geschwenkt werden konnten. In Abb. 4 \*\* sind zwei bei unterschiedlicher Orientierung der Kathodenkugel aufgenommene Emissionsbilder dargestellt \*. In Teilbild 4 a emittiert der Kathodenpol stärker als seine Umgebung; die dreizählige Symmetrie der umgebenden Bereiche läßt erkennen, daß der Kathodenpol eine 111-Fläche ist. Diese hat nach<sup>8</sup> eine Austrittsarbeit von  $\Phi = 4,39$  eV. In Teilbild 4 b bildet eine schwach emittierende Einkristallfläche, umgeben von stärker emittierenden Gebieten, den Kathodenpol. Wir identifizieren diesen Pol aufgrund der vierzähligen Symmetrie seiner Umgebung als 011-Fläche mit der besonders hohen Austrittsarbeit von  $\Phi = 4,68$  eV.

Die unter Anwendung des Zwei-Blendenverfahrens mit diesen Kathodenorientierungen gemessenen Richtstrahlwertcharakteristiken sind in Abb. 5, Kurve A und Kurve C, dargestellt \*\*\*. Das Resultat überrascht: In Kurve A mit der stärksten Emission am Kathodenpol steigt der Richtstrahlwert monoton bis zum Sättigungswert an. In Kurve C, mit der schwächsten Emission am Kathodenpol, tritt dagegen ein sehr ausgeprägtes Richtstrahlwertmaximum zwischen Raumladungs- und Sättigungsgebiet auf. Kurve B bezieht sich auf einen in der Praxis meist

\* Man erhält diese Bilder, indem man die Differenz zwischen Wehnelt- und Wehneltsperrpotential soweit erhöht, bis die Elektronenkanone im Hohlstrahlgebiet<sup>9</sup> arbeitet. Im Inneren des Hohlstrahlwulstes erscheint dann die Projektion des achsennahen Kathodengebietes im „Licht“ seiner eigenen Emission.

\*\* Abbildung 4 und 8 auf Tafel S. 1398 a.

\*\*\* Über diese Meßergebnisse wurde bereits 1967 auf der 13. Tagung der Deutschen Gesellschaft für Elektronenmikroskopie in Marburg berichtet.



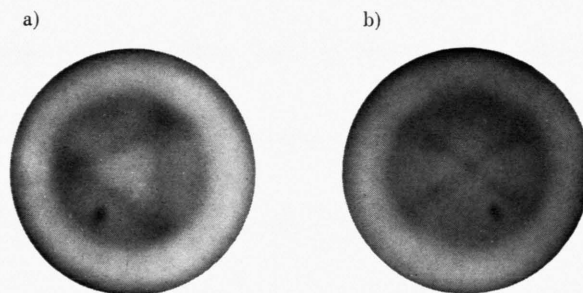


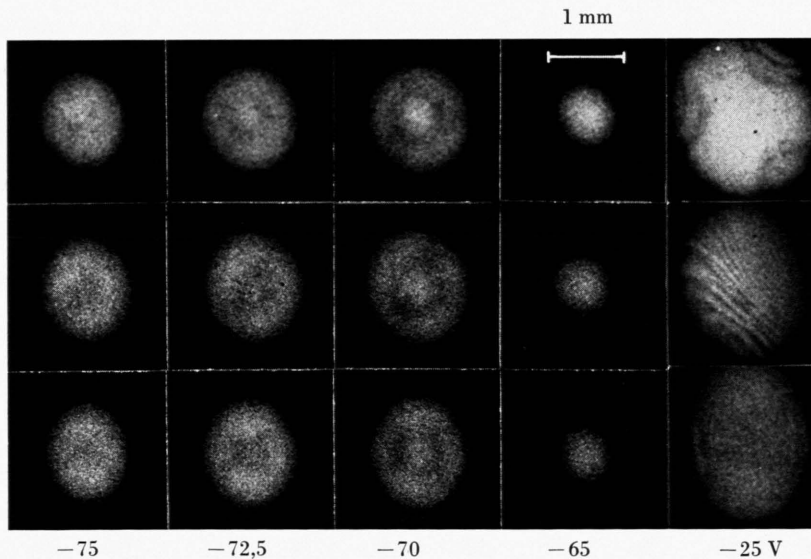
Abb. 4. Emissionsbilder einkristalliner Kugelkathoden.  
 a) Der Kathodenpol ist eine 111-Fläche und emittiert stärker als seine Umgebung.  
 b) Der Kathodenpol ist eine 011-Fläche und emittiert schwächer als seine Umgebung.

Einkristallfläche  
am Kathodenpol:

A: (111)

B:  $\approx (122)$

C: (011)



Wehnelt-Spannung  
 $U_W - U_K$ :

Abb. 8. Stromdichteverteilungen in der Ebene der zweiten Blende, aufgenommen mit der Kugelkathode, an der die Richtstrahlwerte von Abb. 5 gemessen wurden.  
 Längs der Zeilen: unterschiedliche Wehnelt-Spannungen;  
 längs der Spalten: unterschiedliche Kathodenorientierungen.



vorkommenden Fall, daß ein Kathodenelement mit mittlerer Austrittsarbeit im Kathodenpol liegt. Hier ist das Richtstrahlwertmaximum weniger stark ausgeprägt. Im Sättigungsgebiet tritt jedoch ein weiteres Maximum auf; seine Entstehung wird später im Zusammenhang mit der Deutung des Maximums im Raumladungsgebiet erklärt.

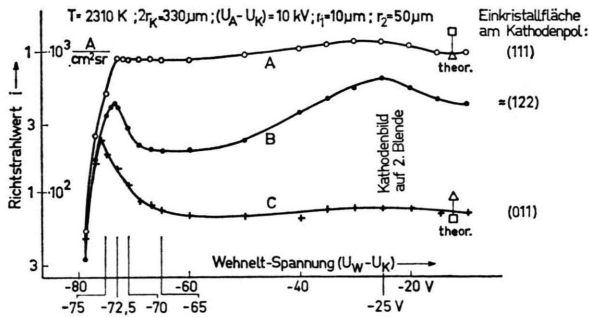


Abb. 5. Richtstrahlwertmessungen an orientierten Kugelkathoden, ausgeführt mit der Zwei-Blendenmethode. — □ und △ sind theoretische Richtstrahlwerte. Zur Bestimmung von □ wurden die Sättigungs-Emissionsstromdichten mit Hilfe der Richardsongleichung aus der Austrittsarbeit berechnet; zur Bestimmung von △ wurde auf Tabellenwerte für die Emissionsstromdichte zurückgegriffen. Bei den in der zweiten Reihe unter der Abszisse angegebenen Wehnelt-Spannungen wurden die in Abb. 8 dargestellten Stromdichteverteilungen in der Ebene der zweiten Blende fotografiert.

Die o. a. Abhängigkeit des Richtstrahlwertverlaufes von der Kathodenorientierung wurde mit dem *Linsenverfahren* überprüft. Das Ergebnis dieser Versuche zeigt Abb. 6. Auch hier tritt ein relatives Maximum des Richtstrahlwertes auf, wenn eine schwach emittierende 011-Fläche den Kathodenpol bildet, und ein monotoner Übergang in den Sättigungsrichtstrahlwert, wenn der Kathodenpol stärker als seine Umgebung emittiert. Der Einfluß der Kathodenorientierung auf die Ausbildung des Richtstrahlwertmaximums wird also durch die Messungen mit dem Linsenverfahren voll bestätigt.

Daß die Differenzen zwischen den Sättigungsrichtstrahlwerten für 011- und 111-Orientierung in Abb. 6 a und 6 b nicht identisch sind, beruht auf experimentellen Unzulänglichkeiten. Es ist erstens sehr schwierig, die kleinen Kathodenkugeln genau auf die optische Achse zu zentrieren. Liegt eine Dezentrierung vor, so wirkt sie genau so wie eine leichte Verkippung des Goniometers: der effektive Kathodenpol ist dann nicht mehr identisch mit der gewünschten Einkristallfläche. Zweitens ist auch eine zeitliche Drift der Kathodentemperatur nicht auszuschließen, da die Messungen mit dem Linsenverfahren wegen des an jedem Meßpunkt erneut notwen-

gen Nachfokussierens des Brennfleckbildes zeitraubender als mit dem Zwei-Blendenverfahren sind.

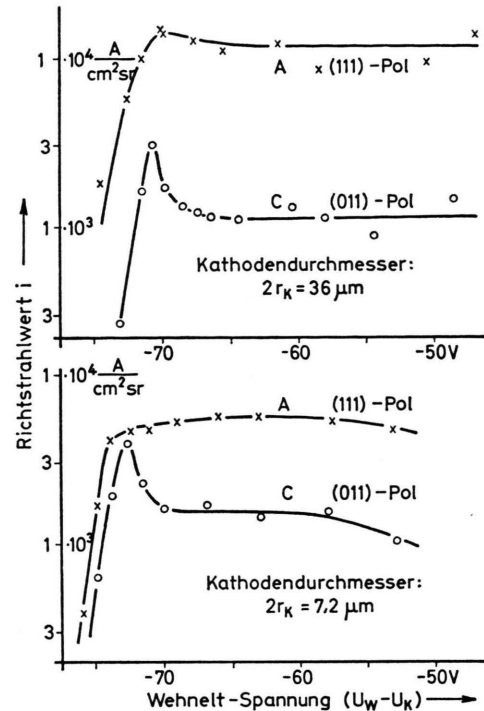


Abb. 6. Richtstrahlwertmessungen an orientierten Kugelkathoden, ausgeführt mit der Linsenmethode.

- a) Kathodendurchmesser  $2r_K = 36 \mu\text{m}$ ;
- b) Kathodendurchmesser  $2r_K = 7,2 \mu\text{m}$ .

#### 4. Interpretation der Ergebnisse

Wie aus den Eintragungen am rechten Rand von Abb. 5 ersichtlich wird, sind die im Fall A und C gemessenen Sättigungs-Richtstrahlwerte gleich den aus Temperatur und Austrittsarbeit des axialen Kathodenelementes berechneten theoretischen Werten. Das ausgeprägte Richtstrahlwertmaximum der Kurve C übersteigt diesen Wert jedoch beträchtlich. Dieser Befund stützt die in<sup>1</sup>, Seite 251 vertretene Auffassung, das Richtstrahlwertmaximum werde durch einen Beitrag von Elektronen verursacht, die aus achsenfernen Kathodenbereichen emittiert werden. Im Falle von Kurve C liegen um den Kathodenpol herum Einkristallflächen, deren Emissionsstromdichte so groß ist, daß ihr Emissionsbeitrag zu Richtstrahlwerten in der gemessenen Höhe führen könnte. Über die Art und Weise der Beteiligung der achsenfernen Kathodenbereiche an der Ausbildung des axialen Richtstrahlwertes wurde in<sup>1</sup> die Vorstellung ent-

wickelt, daß die fraglichen Elektronen durch die Raumladungswolke vor der Kathode in Achsrichtung gestreut werden. Für diese Vorstellung boten seinerzeit die kleinen, in <sup>1</sup> gemessenen Maxima nur schwache Anhaltspunkte. Die jetzt mit orientierten einkristallinen Kathoden erzielten Effekte sind aber so groß und quantitativ faßbar, daß eine weitergehende Diskussion ihrer physikalischen Ursachen auf der Grundlage der alten Vorstellungen möglich ist.

### a) Einfaches Modell

Das Zusammenwirken von inhomogen emittierenden Kathodenfläche und Streuung soll zunächst durch ein einfaches lichtoptisches Modell veranschaulicht werden. In einem Kasten mit einem Loch in der Stirnseite sei eine von außen nicht direkt sichtbare, starke ringförmige Lichtquelle angebracht, vgl. Abb. 7 a. Das Loch erscheint dunkel, wenn der Kasten innen reflexionsfrei geschwärzt ist. Durch Einblasen eines lichtstreuenden Mediums wie Rauch wird ein Teil des Lichtes zum Beobachter hingestreut: das Loch beginnt zu leuchten. Die Helligkeit steigt zunächst mit der Dichte der Streuzentren an, um dann infolge von Absorption wieder zu sinken. Die Helligkeit in Abhängigkeit von der Rauchdichte hat also etwa den in Abb. 7 b dargestellten Verlauf. Schaltet man zusätzlich eine weitere, dem Beobachter

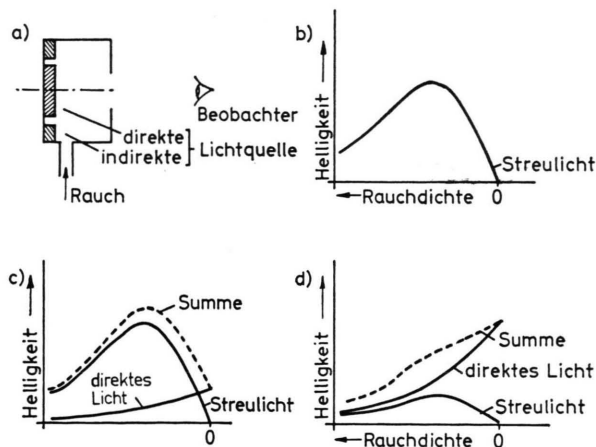


Abb. 7. Lichtoptisches Modell für den Einfluß der Streuung auf den Richtstrahlwert.

- a) „Versuchsanordnung“;  
 b) bis d) Helligkeit ( $\triangleq$  Strahlungsdichte oder Richtstrahlwert) in Abhängigkeit von der Rauchdichte;  
 b) indirekte, ringförmige Lichtquelle allein leuchtet stark;  
 c) direkt sichtbare, schwache Lichtquelle leuchtet zusätzlich;  
 d) Umkehrung: ringförmige Lichtquelle schwach leuchtend, direkt sichtbare Lichtquelle stark leuchtend.

direkt sichtbare, schwach leuchtende Lichtquelle im Kasten an, so nimmt die Helligkeit des direkten Lichtes monoton ab, während die Gesamthelligkeit durch das Streulicht der stark leuchtenden Ringlampe vorübergehend über die Helligkeit des abgeschwächten direkten Lichtes hinaus ansteigt, s. Abbildung 7 c.

Die Gesamthelligkeit hat also einen ähnlichen Verlauf wie die Richtstrahlwertfunktion in Abb. 5, Kurve C und Abb. 6, Kurven C. Dort ist im Sättigungsgebiet (keine Streuung durch Raumladung) der Richtstrahlwert allein durch die Emissionsstromdichte des schwach emittierenden 011-Kathodenpols bestimmt, während er bei steigender Raumladung durch den Streustrom aus den benachbarten, stärker emittierenden Kathodenbereichen erhöht wird. Das Verschwinden des Richtstrahlwertmaximums im Falle eines stark emittierenden Kathodenpols, Abb. 5, 6, Kurven A, kann ebenfalls durch das lichtoptische Modell erklärt werden: Wenn die direkt sichtbare Lichtquelle wesentlich heller als die ringförmige Lichtquelle strahlt, ist deren Streulicht zu schwach, um die absorptionsbedingte Helligkeitsabnahme des direkten Lichtes zu kompensieren, vgl. Abbildung 7 d.

### b) Elektronenkanone

Verwickelter als im lichtoptischen Modell sind die Gegebenheiten in der Elektronenkanone. Hier kommt als streuendes Medium allein die von den nicht abfließenden Elektronen aufgestaute Raumladungswolke in Frage.

Diese Wolke erhöht aber auch das Potential vor der Kathode und führt zu der in <sup>1</sup> als Gl. (18) angegebenen Richtstrahlwertabhängigkeit: \*

$$i \sim (U_W - U_{\text{Sperr}})^{1/2} \quad (7)$$

$$U_W = \text{Wehnelt-Potential}; \\ U_{\text{Sperr}} = \text{Wehnelt-Sperrpotential}.$$

Diese Gleichung beschreibt zwar den monotonen Anstieg des Richtstrahlwertes bis zur Sättigung, vermag aber nicht das beobachtete Richtstrahlwertmaximum zu erklären. Der beobachtete Effekt kann also nicht durch die von der Raumladung modifizierte

\* Weil die zur Emission freigegebene Kathodenfläche einer Elektronenkanone nicht, wie bei einer thermionischen Diode, konstant ist, sondern von der Wehneltspannung abhängt, kann das  $U^{1/2}$ -Gesetz nicht auf den Gesamtstrom der Elektronenkanone bezogen werden. Es kann vielmehr nur für eine Größe gelten, in die das Verhältnis von Strom zu Emissionsfläche eingeht. Der Richtstrahlwert ist eine solche Größe.



Potentialverteilung hervorgerufen werden. Für ihn müssen vielmehr die in der Raumladungswolke aufgestauten Elektronen selbst verantwortlich gemacht werden.

In die Diskussion des Richtstrahlwertmaximums wollen wir folgende früheren experimentellen Ergebnisse mit einbeziehen: Kurz vor Erreichen des Sperrpotentials verschwindet die bei Sättigungsbetrieb einer Elektronenkanone dem Elektronenbündel stets aufgedrückte Kathodenstruktur. In diesem Arbeitsbereich werden auch die Lochkamerabilder des Brennflecks diffus, vgl. <sup>1</sup>, S. 244; die mit einer bewegten Lochkamera <sup>6</sup> zur Bestimmung der Emitanz <sup>10, 11</sup> aufgenommenen Äste der Schattenkurven fließen so stark ineinander, daß eine Bestimmung der Abbildungsfehler unmöglich wird (vgl. z. B. die durch Schraffur gekennzeichneten Schattenkurven in <sup>12</sup>, Abb. 8 d). Vor allem die letzteren Experimente zeigen, daß die für die Messungen herangezogenen Elektronen nicht mehr einem bestimmten Emissionsort auf der Kathode zugeordnet werden können: Die der Kathode vorgelagerte Raumladungswolke ist nunmehr zur effektiven Strahlquelle geworden.

Auf der Grundlage dieser Tatsachen sind wir in der Lage, in eine detaillierte Diskussion des Richtstrahlwertmaximums einzutreten.

Nach Abb. 2 aus <sup>12</sup> überkreuzt nahe am Sperrpunkt die gesamte, vom emittierenden Kathodenbereich ausgehende Strahlung die optische Achse in Kathodennähe und führt dort zu einer besonders starken Raumladung. Ferner ist zu berücksichtigen, daß die von verschiedenen Einkristallflächen emittierten Elektronen unterschiedliche Energieverteilungen besitzen: Die von einem stark emittierenden 111-Kathodenelement emittierten Elektronen besitzen im Mittel wegen der erniedrigten Austrittspotentialschwelle eine geringere kinetische Energie als Elektronen aus einer schwach emittierenden 011-Fläche <sup>12</sup>, und sind daher am Aufbau der Raumladungswolke bevorzugt beteiligt. Wenn nun eine schwach emittierende 011-Fläche den Kathodenpol bildet und die durch Raumladung vor der Kathode aufgebaute Potentialschwelle durch eine geeignete Wahl des Wehneltpotentials gerade so hoch angehoben wird, daß sie noch von allen Elektronen aus dem Kathodenpol überwunden werden kann, dann ist der Beitrag dieses Strahlenbündels zum Richtstrahlwert identisch mit dem 011-Sättigungsrichtstrahlwert. Das die Elektronenkanone verlassende Strahlenbündel wird aber zusätzlich durch eine Vielzahl von Elektronen ver-

sorgt, die aus der dem Kathodenpol vorgelagerten, vornehmlich von der achsenfernen 111-Fläche gespeisten Raumladungswolke stammen. Der axiale Richtstrahlwert kann also unter Umständen durch den Beitrag aus der Raumladungswolke beträchtlich über den 011-Sättigungsrichtstrahlwert hinaus angehoben werden. Bei positiverem Wehnelt-Potential wird die Raumladung vor der Kathode abgebaut; der axiale Richtstrahlwert ist dann allein durch die Emission des 011-Kathodenpols bestimmt. Bei negativerem Wehnelt-Potential wird der gesamte Strahlstrom zunehmend gesperrt; der Richtstrahlwert fällt auf null ab.

Soweit die anschauliche Deutung des Richtstrahlwertmaximums, die einer quantitativen theoretischen Bearbeitung unter Berücksichtigung aller oben angegebenen Gesichtspunkte bedarf. Eine solche stößt jedoch beim derzeitigen Kenntnisstand sowohl im Ansatz als auch in der numerischen Durchführung auf kaum überwindbare Schwierigkeiten.

### c) Experimentelle Belege

In Abb. 8 \* ist eine Anzahl der bei der Richtstrahlwertmessung von Abb. 5 in der Ebene der zweiten Blende registrierten Strahlquerschnitte wiedergegeben. Es sind Lochkamerabilder, welche mit Hilfe der ersten Blende von den Bereichen der effektiven Strahlquelle entworfen werden, die in das Blendenloch Elektronen aussenden. Die Intensität im Zentrum der Emissionsbilder ist proportional zum Richtstrahlwert.

Bei einer Wehnelt-Spannung von  $U_W - U_K = -65 \text{ V}$  — also im Sättigungsgebiet, vgl. Abb. 5 — wird nur das axiale Kathodenelement abgebildet. Bei  $U_W - U_K = -70 \text{ V}$  wird das Bild dieses Bereiches von einem Ring umgeben, in dem man bei 111-orientierter Kathode eine dreizählige und bei 011-orientierter Kathode eine vierzählige azimutale Unterteilung erkennt. Die Ringzonen sind also zonenförmige Ausschnitte der auf andere Weise gewonnenen Emissionsbilder in Abb. 4. Sie werden von Elektronen erzeugt, die von einer außeraxialen Kathodenzone ausgehen \*\*. Bei noch negativeren Wehnelt-

\* Abbildung 8 auf Tafel S. 1398 a.

\*\* Punkte auf der optischen Achse werden im Normalfall außer von Elektronen aus dem Kathodenpol immer auch von solchen aus einem oder sogar mehreren Kathoden-Ringebieten getroffen. Nur wenn ein sog. Hohlstrahl vorliegt, wird das Blendenloch nur von den Elektronen aus dem axialen Kathodenelement beaufschlagt. Nähere Details über den komplizierten Strahlengang in Elektronenkanonen sind in <sup>1, 3, 4, 6, 10-13</sup> beschrieben.

Spannungen ( $U_W - U_K = -72,5$  und  $-75$  V) baut sich die Raumladung vor der Kathode auf. Die Ringe erscheinen breiter und diffuser, vereinigen sich mit dem Zentralgebiet und überdecken schließlich die optische Achse. Liegt eine schwach emittierende 011-Fläche am Kathodenpol, dann strahlt das Ringgebiet stärker als das Zentralgebiet, und sein Beitrag erhöht den Richtstrahlwert über den im Sättigungsbereich gemessenen Wert hinaus. Liegt eine stark emittierende 111-Fläche am Kathodenpol, dann ist die Intensität im Strahlzentrum größer als im Ringgebiet; in diesem Falle reicht der Beitrag aus dem Ringgebiet nicht zur Ausbildung eines Richtstrahlwertmaximums aus.

Es bleibt noch das bei  $U_W - U_K = -25$  V liegende Maximum der Richtstrahlwertkurve B von Abb. 5 zu erklären. Es wurde gemessen, als, wie meist in der Praxis vorkommend, eine durchschnittlich stark emittierende (112-)Fläche am Kathodenpol lag. Bei der verwendeten Wehnelt-Spannung liegt die Austrittspupille der Elektronenkanone etwa in der ersten Blende und die Kathodenoberfläche wird in die Registrierebene abgebildet. Die im Zentrum des zur 112-Orientierung gehörigen Bildes erkennbaren Riefen sind während des Betriebes durch Ionenbeschuß aus dem Restgas entstanden. Sie sind, wie aus dem Vergleich mit den übrigen bei  $U_W - U_K = -25$  V aufgenommenen Bildern hervorgeht, vorwiegend in die höher indizierten Kristallflächen mit durchschnittlicher Austrittsarbeit eingegraben. Da in den Riefen selbst Kristallfacetten mit unterschiedlicher Emissionsstromdichte zutage treten, wird ein besonders hoher Richtstrahlwert registriert, wenn die zweite Blende bei der Messung ein helles Detail des Emissionsbildes erfaßt. Durch höhere oder niedrigere Wehnelt-Spannungen als  $U_W - U_K = -25$  V wird das Kathodenbild defokussiert. Der Richtstrahlwert entspricht dann nur noch einem Mittelwert der Emissionsdichten dieser Kathodenelemente.

## 5. Praktische Bedeutung des Richtstrahlwertmaximums

Nach Abb. 6 in<sup>1</sup> hängt das Richtstrahlwertmaximum im Raumladungsgebiet sowohl vom Kathodenradius als auch von der Kathodentemperatur ab. Bei großen Kathodenkugeln (Kugelradius  $\approx$  Krümmungsradius von Haarnadelkathoden) tritt dieses Maximum nur bei relativ niedrigen Kathodentemperaturen ( $< 2400$  K) auf. Bei höheren Temperaturen geht es in dem raumladungsbedingten Abfall des Richtstrahlwertes unter, der über einen großen Wehnelt-Spannungsbereich ausgedehnt ist. Mit abnehmendem Kugelradius macht es sich mehr und mehr auch bei höheren Temperaturen bemerkbar. Bei den in der Praxis wichtigen Spitzenkathoden, die man als extrem kleine Einkristall-Kugelkathoden ansehen kann, tritt das Maximum auch bei den höchsten, sinnvoll anwendbaren Temperaturen von 2900 K auf.

Die neueren Messungen zeigen eindrücklich den Einfluß der Kristallorientierung der Kathodenkugel. Der zu ungünstiger Orientierung gehörige Sättigungsrichtstrahlwert des axialen Kathodenelementes kann nach diesen Untersuchungen durch den Raumladungsbetrieb erheblich angehoben werden und unter günstigen Umständen in die Nähe des zur optimalen Kathodenorientierung gehörigen Richtstrahlwertes gebracht werden.

Die vorgelegten Untersuchungen beschäftigen sich nur mit negativem Wehnelt-Potential. Bei Spitzenkathoden im Feldemissionsbetrieb (positives Wehnelt-Potential) ist die Feldstärke an der Kathode so groß, daß sich keine Raumladungswolke aufbauen kann. Bei dieser Betriebsart ist der axiale Richtstrahlwert allein durch die Emissionsstromdichte des axialen Kathodenelementes bestimmt und eine günstige Kathodenorientierung daher unbedingt erforderlich.

Diese Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft in dankenswerter Weise unterstützt. Ich danke Herrn Prof. K.-J. Hanßen für wertvolle Hinweise und klärende Diskussionen.

<sup>1</sup> K.-J. Hanßen u. R. Lauer, Z. Naturforsch. **22a**, 238 [1967].

<sup>2</sup> J. Langmuir u. K. B. Blodgett, Phys. Rev. **24**, 49 [1924]; Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen..., Bd. II, 6. Teil, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1959, S. 909.

<sup>3</sup> K.-J. Hanßen, Electron Microscopy, 3rd European Regional Conference, Prag 1964, S. 47.

<sup>4</sup> R. Lauer, Dissertation, Mainz 1968.

<sup>5</sup> B. v. Borries, Optik **3**, 321 und 389 [1948].

<sup>6</sup> K.-J. Hanßen, Z. Naturforsch. **19a**, 896 [1964].

<sup>7</sup> Z. Popović, J. Sci. Instrum. **42**, 161 [1965].

<sup>8</sup> R. H. Good u. E. W. Müller in Handbuch der Physik, hrsg. v. S. Flügge; Bd. 21, Berlin usw. 1956, S. 207.

<sup>9</sup> K.-J. Hanßen u. R. Lauer, Z. Naturforsch. **24a**, 97 [1969].

<sup>10</sup> R. Lauer, Z. Naturforsch. **29a**, 1291 [1974].

<sup>11</sup> R. Lauer u. K.-J. Hanßen, PTB-Bericht APh 9, Braunschweig, Physikalisch-Technische Bundesanstalt 1975.

<sup>12</sup> K.-J. Hanßen u. R. Lauer, Z. Naturforsch. **24a**, 214 [1969].

<sup>13</sup> R. Lauer, Z. Naturforsch. **28a**, 1937 [1973].